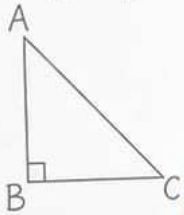
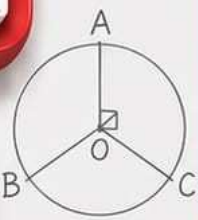
$a^2 + b^2 = c^2$



$(x+y)^2 =$

$x^2 + 2xy + y^2$

اليماني في الرياضيات



$\angle AOB = 90°$

مراجعة ليلة الامتحان

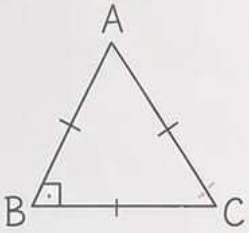
في

الهندسة

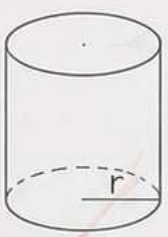
الصف الثالث الاعدادي

الفصل الدراسي الثاني

2026



$A = \frac{1}{2} bh$



مهداة من أسرة

كتاب اليماني في الرياضيات

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

★ **الوحدة الرابعة : الدائرة :**

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

① عدد محاور تماثل الدائرة هو .....

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

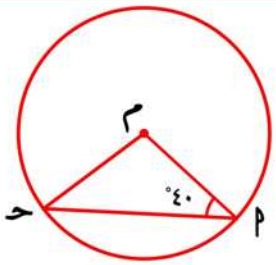
② الوتر المار بمركز الدائرة يسمي .....

(أ) مماس (ب) قطر (حـ) نصف قطر (د) محور تماثل

③ دائرة أكبر وتر فيها ٨ سم **فإن :** محيط الدائرة = ... سم

(أ) π ٨ (ب) π ٤ (حـ) π ١٢ (د) π ١٦

④ **في الشكل المقابل :**



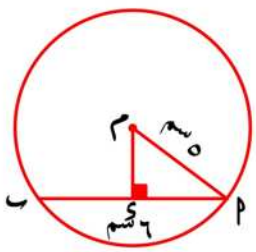
م دائرة ، ق(∠ أ) = ٤٠°

فإن : ق(∠ أ م حـ) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠°

(حـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

⑤ **في الشكل المقابل :**



وتر طوله ٦ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم

فإنه يبعد عن المركز = ...

(أ) ٢ سم (ب) ٤ سم

(حـ) ٣ سم (د) ٦ سم

⑥ إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧ سم ، ب نقطة في مستواها حيث م ب = ٤ سم

فإن : النقطة ب تقع ..... الدائرة.

(أ) داخل (ب) علي (حـ) خارج (د) على مركز

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(٧) م دائرة طول قطرها ٨سم فإذا كان المستقيم ل خارج الدائرة فإن بعد مركز الدائرة عن المستقيم ∋ .....

(أ)]٤ ، ∞[(ب)]٠ ، ٤[(حـ) {٠ ، ٤} (د) [٠ ، ٨]

---

(٨) دائرة طول قطرها ١٠سم ،والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥سم **فإنه** يكون ..... للدائرة.

(أ) قاطعًا (ب) مماسًا (حـ) محور تماثل (د) خارجًا

---

(٩) إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة طول قطرها ٨سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار..... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (حـ) ٦ (د) ٨

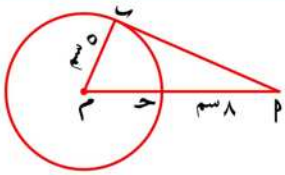
---

(١٠) المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة .....

(أ) متوازيان (ب) متساويان في الطول (حـ) متقاطعان (د) متعامدان

---

(١١) **في الشكل المقابل :**



$\overleftarrow{أ ب}$ مماس للدائرة م عند ب ،فإذا كان م ب = ٥سم ، م حـ = ٨سم **فإن :** أ ب = ... سم

(أ) ٥ (ب) ١٠ (حـ) ١٢ (د) ١٣

---

(١٢) إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} **فإن :** الدائرتين .....

(أ) متباعدتان (ب) متقاطعتان (حـ) متحدتا المركز (د) متماستان

---

(١٣) دائرتان م ، ن طولاً نصفي قطريهما ٨سم ، ٥سم ،فإذا كان م ن = ١٥سم **فإن :** الدائرتين تكونان .....

(أ) متقاطعتان (ب) متباعدتان

(حـ) متقاطعتان (د) متباعدتان

---

(١٤) دائرتان م ، ن طولاً نصفي قطريهما ٨سم ، ٥سم ،فإذا كان م ن = ١٣سم **فإن :** الدائرتين تكونان .....

(أ) متقاطعتان (ب) متباعدتان

(حـ) متداخلتين (د) متماستان من الخارج

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

⑮ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} ،وطول نصف قطر أحدهما ٣سم ، م ن = ٨سم **فإن :** طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ... سم

أ ٥ ب ٦ جـ ١١ د ١٦

---

⑯ م ، ن دائرتان متقاطعتان ، طولاً نصفي قطريهما ٥سم ، ٢سم **فإن :** م ن ∈ .....

أ]٣ ، ٧[ب [٣ ، ٧] جـ [٣ ، ٧[د]٣ ، ١٠[

---

⑰ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًا على ..... وينصفه.

أ القطر ب الوتر جـ الوتر المشترك د المماس

---

⑱ محور تماثل للوتر المشترك $\overline{أ ب}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو .....

أ $\overleftrightarrow{م أ}$ ب $\overleftrightarrow{م ب}$ جـ $\overleftrightarrow{م ن}$ د $\overline{م ن}$

---

⑲ إذا كانت : أ ب = ٦ سم **فإن :** عدد الدوائر المارة بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطر كل منها ٦ سم يساوي .....

أ صفر ب ١ جـ ٢ د عدد لا نهائي

---

⑳ أصغر دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين أ ، ب حيث أ ب = ٨ سم **يكون** طول نصف قطرها يساوي ..... سم

أ ١ ب ٢ جـ ٣ د ٤

㉑ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط تقع على استقامة واحدة هو .....

أ صفر ب ١ جـ ٢ د عدد لا نهائي

㉒ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو .....

أ صفر ب ١ جـ ٢ د عدد لا نهائي

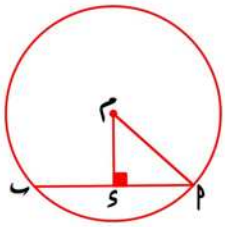
㉓ مركز الدائرة الخارجة لأي مثلث هو نقطة تقاطع .....

أ منصفات زواياه الداخلة ب ارتفاعاته

جـ محاور تماثل أضلاعه د منصفات زواياه الخارجة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

ثانيًا : الأسئلة المقالية



١ في الشكل المقابل :

$\overline{م ء} \perp \overline{أ ب}$ ، أ ب = ٦ سم ، م ء = ٤ سم

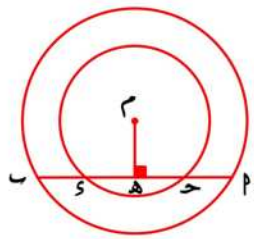
أوجد : مساحة الدائرة م

البرهان :

∵ $\overline{م ء} \perp \overline{أ ب}$ ، أ ب = ٦ سم ∴ ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، أ ء = ٣ سم

∴ أ م = $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ٥ سم

∴ مساحة الدائرة م = π ن^٢ = $\pi \times (٥)^٢$ = ٢٥ π سم



٢ في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أ ب}$ وتر في الدائرة الكبرى

يقطع الدائرة الصغرى في حـ ، ء ، $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ب}$

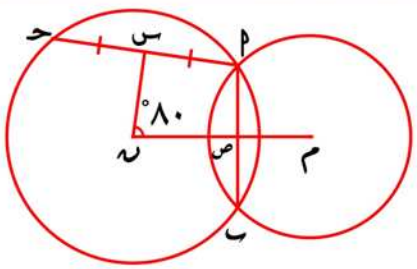
أثبت أن : أ حـ = ب ء

البرهان :

∵ **في الدائرة الكبرى :** $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ب}$ ∴ هـ منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ هـ أ = هـ ب ❶

∵ **في الدائرة الصغرى :** $\overline{م هـ} \perp \overline{حـ ء}$ ∴ هـ منتصف $\overline{حـ ء}$ ∴ هـ حـ = هـ ء ❷

بطرح ❷ من ❶ ينتج أن : أ حـ = ب ء



٣ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب علي الترتيب

، $\overline{م ن} \cap \overline{أ ب}$ = {ص} ، ق(∠ ص ن س) = ٨٠°

، س منتصف $\overline{أ حـ}$ **أوجد :** ق(∠ ب أ حـ)

البرهان :

∵ س منتصف $\overline{أ حـ}$ ∴ $\overline{ن س} \perp \overline{أ حـ}$ ∴ ق(∠ ن س أ) = ٩٠°

∵ $\overleftrightarrow{م ن}$ خط المركزين ، $\overline{أ ب}$ الوتر المشترك

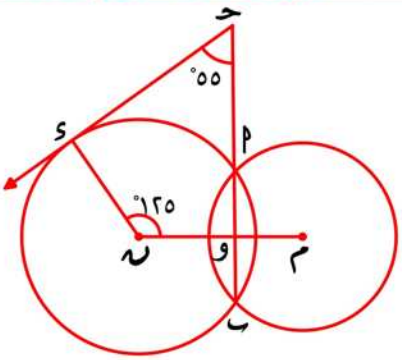
∴ $\overline{م ن} \perp \overline{أ ب}$ ∴ ق(∠ ن ص أ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠ ب أ حـ) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠° + ٨٠°) = ١٠٠°

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٤ في الشكل المقابل :



م ، هـ دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، حـ ∈ $\overleftarrow{أب}$ ، ء ∈ الدائرة هـ

، ق(∠ م هـ ء) = ١٢٥° ، ق(∠ ب حـ ء) = ٥٥°

أثبت أن : $\overleftarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة هـ عند ء

البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{م هـ}$ خط المركزين ، $\overline{أ ب}$ الوتر المشترك

∴ $\overleftrightarrow{م هـ} \perp \overline{أ ب}$ ∴ ق(∠ أ و هـ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠ ء) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٥٥° + ١٢٥°) = ٩٠°

∴ $\overline{هـ ء} \perp \overleftarrow{حـ ء}$ ∴ $\overleftarrow{حـ ء}$ مماساً للدائرة هـ عند ء

---

٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م فيه ق(∠ ب) = ق(∠ حـ)

، س منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{أ حـ}$ **أثبت أن :** م س = م ص

البرهان :

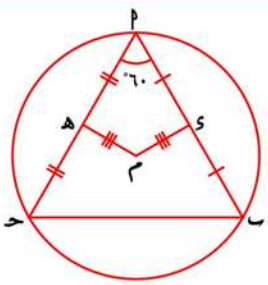
∵ ق(∠ ب) = ق(∠ حـ) ∴ أ ب = أ حـ

∵ س منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$

∵ $\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{أ حـ}$ ، أ ب = أ حـ (أوتار) ∴ م س = م ص (أبعاد)

---

٦ في الشكل المقابل :



ء ، هـ منتصفي $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ ، م ء = م هـ

، ب حـ = ٨ سم ، ق(∠ أ) = ٦٠° **أوجد :** محيط Δ أ ب حـ

البرهان :

∵ س منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\overline{م ء} \perp \overline{أ ب}$

∵ هـ منتصف $\overline{أ حـ}$ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ حـ}$

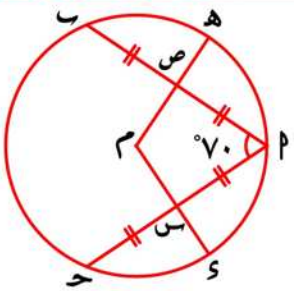
∵ $\overline{م ء} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م هـ} \perp \overline{أ حـ}$ ، م ء = م هـ (أبعاد) ∴ أ ب = أ حـ (أوتار)

∵ ق(∠ أ) = ٦٠° ∴ Δ أ ب حـ متساوي الأضلاع

∴ محيط Δ أ ب حـ = ٨ + ٨ + ٨ = ٢٤ سم

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٧ في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م ، ص منتصف $\overline{أ ب}$ ، س منتصف $\overline{أ حـ}$

① **أوجد :** ق(∠ ء م هـ) ② **أثبت أن :** س ء = ص هـ

البرهان :

∵ س منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ∴ ق(∠ أ س م) = ٩٠°

∵ ص منتصف $\overline{أ حـ}$ ∴ $\overline{م ص} \perp \overline{أ حـ}$ ∴ ق(∠ أ ص م) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

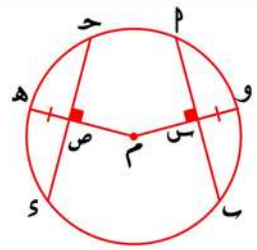
∴ ق(∠ ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٧٠°) = ١١٠°

∵ أ ب = أ حـ (أوتار) ∴ م س = م ص (أبعاد) ، ∵ م ء = م هـ = نق

∴ **بالطرح ينتج أن :** س ء = ص هـ

---

٨ في الشكل المقابل :



$\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{حـ ء}$ ، هـ س = ص و

أثبت أن : أ ب = حـ ء

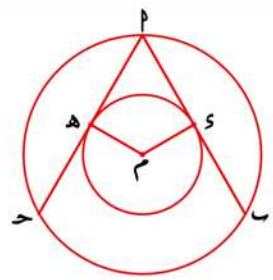
البرهان :

∵ هـ س = ص و ، م هـ = م و **(أنصاف أقطار)** ∴ م س = م ص (أبعاد)

∵ $\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{حـ ء}$ ∴ أ ب = حـ ء (أوتار)

---

٩ في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ وتران في الدائرة الكبرى يمسان الدائرة الصغرى في ء ، هـ

أثبت أن : أ ب = أ حـ

البرهان :

∵ **في الدائرة الصغرى :** $\overline{أ ب}$ مماس للدائرة عند ء ∴ $\overline{م ء} \perp \overline{أ ب}$ ①

∵ **في الدائرة الكبرى :** $\overline{أ حـ}$ مماس للدائرة عند هـ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ حـ}$ ②

∵ م ء = م هـ (أنصاف أقطار) ③

من ① ، ② ، ③ ينتج أن : أ ب = أ حـ

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

★ الوحدة الخامسة : الزوايا والأقواس في الدائرة :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

أولاً : الزوايا والأقواس في الدائرة :

① قياس القوس الذي يمثل نصف قياس الدائرة يساوي .....

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

② طول القوس الذي يمثل ربع محيط الدائرة يساوي .....

(أ) ٤ π نـ (ب) ٢ π نـ (جـ) π نـ (د) $\frac{1}{2}$ π نـ

③ قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ π نـ يقابل زاوية مركزية قياسها = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٢٤٠°

④ قياس الزاوية المحيطية يساوي ... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس.

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

⑤ إذا كانت الزاوية المحيطية تقابل قوسًا أكبر من نصف الدائرة فإنها تكون .....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

⑥ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون .....

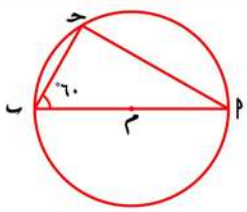
(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

⑦ أ ب حـ مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة **فإن :** ق(أ ب) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

⑧ **في الشكل المقابل :** $\overline{أ ب}$ قطر للدائرة م ، أ ب = ١٢ سم

، ق(∠ حـ) = ٦٠° **فإن :** طول $\overline{ب حـ}$ = ...

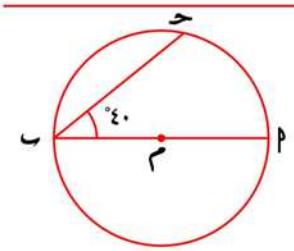


(أ) ٣ سم (ب) ٦ سم

(جـ) ١٢ سم (د) ٦ $\sqrt{3}$ سم

⑨ **في الشكل المقابل :** $\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م

، ق(∠ أ ب حـ) = ٤٠° **فإن :** ق(ب حـ) = ...

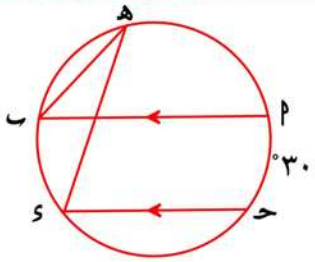


(أ) ٨٠° (ب) ١٠٠°

(جـ) ٥٠° (د) ١٤٠°

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(١٠) في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران متوازيان

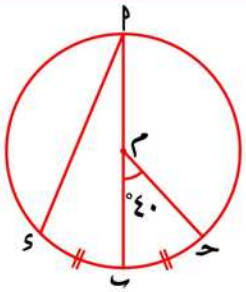
، ق($\overset{\frown}{أ حـ}$) = ٣٠° فإن : ق(∠ ب هـ ء) = ...

(أ) ١٥° (ب) ١٠°

(حـ) ٣٠° (ء) ٦٠°

---

(١١) في الشكل المقابل :



ب منتصف $\overset{\frown}{حـ ء}$ ، فإذا كان ق(∠ حـ م ب) = ٤٠°

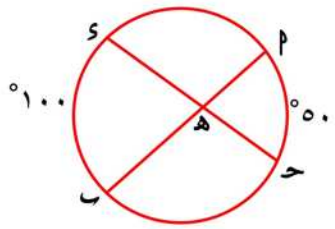
فإن : ق(∠ ب أ ء) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٢٠°

(حـ) ٨٠° (ء) ٦٠°

---

(١٢) من الشكل المقابل :



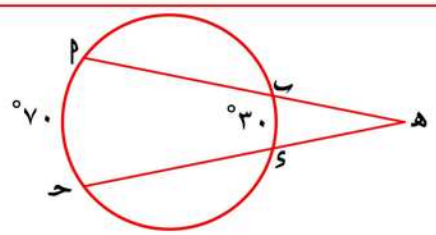
ق(∠ أ هـ حـ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°

(حـ) ١٦٠° (ء) ٧٥°

---

(١٣) من الشكل المقابل :



ق(∠ هـ) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠°

(حـ) ٥٠° (ء) ١٠٠°

ثانيًا : الشكل الرباعي الدائري :

(١٤) في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين .....

(أ) متساويتان (ب) متتامتان (حـ) متكاملتان (ء) متبادلتان

---

(١٥) أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق(∠ أ) = ٧٠° فإن : ق(∠ حـ) = ...

(أ) ٣٥° (ب) ٧٠° (حـ) ١١٠° (ء) ٢٩٠°

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(١٦) ﻡ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق(∠ ﻡ) = ٣ ق(∠ حـ)

فإن : ق(∠ ﻡ) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (حـ) ١٢٠° (ء) ١٣٥°

---

(١٧) ﻡ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق(∠ ﻡ) = ٧٠° فإن : ق(ب حـ ء) = ...

(أ) ٣٥° (ب) ١١٠° (حـ) ١٤٠° (ء) ٢٢٠°

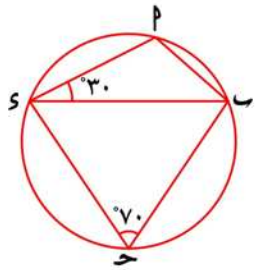
---

(١٨) لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .....

(أ) مربع (ب) مستطيل (حـ) متوازي الأضلاع (ء) المثلث

---

(١٩) **في الشكل المقابل :**



ق(∠ حـ) = ٧٠° ، ق(∠ ﻡ ء ب) = ٣٠°

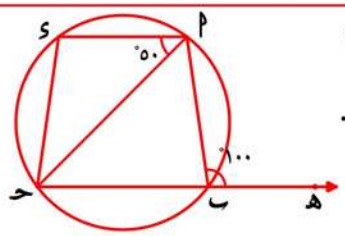
فإن : ق(∠ ﻡ ب ء) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٠°

(حـ) ٧٠° (ء) ١٠٠°

---

(٢٠) **في الشكل المقابل :** هـ ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$ ، ق(∠ ﻡ ب هـ) = ١٠٠



، ق(∠ حـ ﻡ ء) = ٥٠° فإن : ق(∠ ﻡ حـ ء) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°

(حـ) ٨٠° (ء) ٣٠°

---

(٢١) ﻡ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق(∠ ﻡ حـ ب) = ٦٠° فإن : ق(∠ ﻡ ء ب) = ...

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠° (حـ) ٣٠° (ء) ٨٠°

ثالثا : العلاقة بين مماسات الدائرة :

(٢٢) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة .....

(أ) متساويتان في الطول (ب) غير متساويتان في الطول

(حـ) متعامدتان (ء) متوازيتان

---

(٢٣) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوي .....

(أ) ١ (ب) ٢ (حـ) ٣ (ء) ٤

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(٢٤) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين .....

(أ) وترين (ب) مماسين (حـ) وتر ومماس (د) وتر وقطر

(٢٥) النسبة بين قياس الزاوية المركزية والزاوية المماسية المشتركة في نفس القوس.....

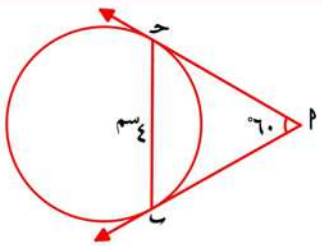
(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٢ (حـ) ١ : ٣ (د) ١ : ٣

(٢٦) مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع .....

(أ) متوسطاته (ب) ارتفاعاته

(حـ) منصفات زواياه الداخلة (د) محاور تماثل أضلاعه

(٢٧) **في الشكل المقابل :**



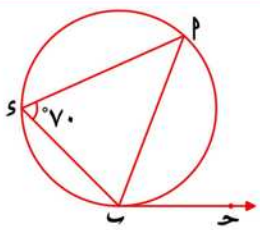
إذا كان : $\overleftrightarrow{م ب}$ ، $\overleftrightarrow{م حـ}$ مماسان ، ب حـ = ٤ سم

فإن : محيط Δ م ب حـ = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٨

(حـ) ١٠ (د) ١٢

(٢٨) **في الشكل المقابل :** $\overleftrightarrow{ب حـ}$ مماس للدائرة م عند ب

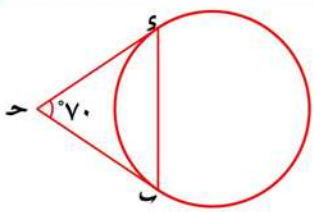


، ق(∠ د) = ٧٠° **فإن :** ق(∠ م ب حـ) = ...

(أ) ٣٥° (ب) ٧٠°

(حـ) ١١٠° (د) ١٤٠°

(٢٩) **في الشكل المقابل :**



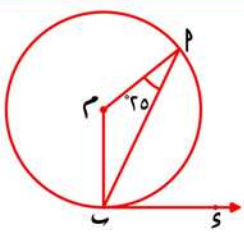
$\overline{حـ ب}$ ، $\overline{حـ د}$ مماستان للدائرة في ب ، حـ

، ق(∠ حـ) = ٧٠° **فإن :** ق($\overset{\frown}{د ب}$) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ١٤٠°

(حـ) ٥٥° (د) ١١٠°

(٣٠) **في الشكل المقابل :** $\overleftrightarrow{ب د}$ مماس للدائرة م عند ب



، ق(∠ م م ب) = ٢٥° **فإن :** ق(∠ م ب د) = ...

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠°

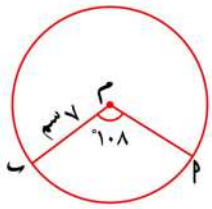
(حـ) ٦٥° (د) ١٣٠°

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

ثانيًا : الأسئلة المقالية

أولاً : الزوايا والأقواس في الدائرة :

١ في الشكل المقابل :



م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، ق(∠ أ م ب) = ١٠٨°

أوجد : طول $(\overset{\frown}{أب})$ $(\pi \simeq \frac{٢٢}{٧})$

البرهان :

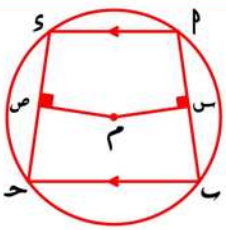
∵ ق(∠ أ م ب) = ١٠٨° ∴ ق$(\overset{\frown}{أب})$ = ق(∠ أ م ب) المركزية = ١٠٨°

∵ $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}}$ ∴ $\frac{١٠٨}{٣٦٠} = \frac{\text{طول } \overset{\frown}{أب}}{٢\pi م}$

∴ طول $(\overset{\frown}{أب}) = \frac{١٠٨ \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧}{٣٦٠}$ = ١٣,٢ سم

---

٢ في الشكل المقابل :



دائرة م ، $\overline{أء} \parallel \overline{بحـ}$ ، $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{ءحـ}$

أثبت أن : مس = مص

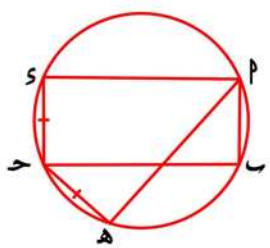
البرهان :

∵ $\overline{أء} \parallel \overline{بحـ}$ ∴ ق$(\overset{\frown}{أب})$ = ق$(\overset{\frown}{ءحـ})$ ∴ أ ب = ء حـ (أوتار)

∵ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{ءحـ}$ ∴ مس = مص (أبعاد)

---

٣ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة

،رسم الوتر $\overline{حهـ}$ بحيث حـ هـ = حـ ء

أثبت أن : أ هـ = ب حـ

البرهان :

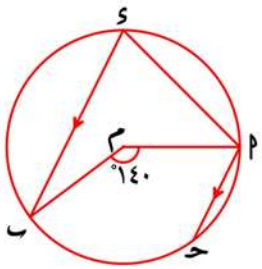
∵ أ ب حـ ء مستطيل ∴ أ ب = ء حـ ∵ حـ هـ = حـ ء

∴ أ ب = حـ هـ ∴ ق$(\overset{\frown}{أب})$ = ق$(\overset{\frown}{حهـ})$ بإضافة ق$(\overset{\frown}{بهـ})$ للطرفين :

∴ ق$(\overset{\frown}{أبهـ})$ = ق$(\overset{\frown}{بهـحـ})$ ∴ أ هـ = ب حـ

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٤ في الشكل المقابل :



م دائرة ، $\overline{أ حـ} \parallel \overline{ء ب}$ ، $ق(\angle أ م ب) = ١٤٠°$

أوجد بالبرهان : $ق(\angle حـ أ ء)$

البرهان :

∵ $ق(\angle أ م ب) = ١٤٠°$

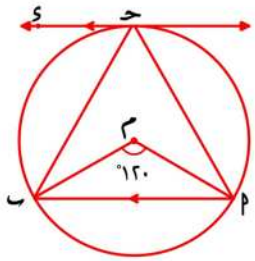
∴ $ق(\angle أ ء ب)$ المحيطية $= \frac{١}{٢}$ $ق(\angle أ م ب)$ المركزية $= ٧٠°$ (يشتركان في $\overset{\frown}{أ ب}$)

∵ $\overline{أ حـ} \parallel \overline{ء ب}$

∴ $ق(\angle حـ أ ء) = ١٨٠° - ٧٠° = ١١٠°$ **بالتداخل**

---

٥ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة عند حـ ، $\overleftrightarrow{حـ ء} \parallel \overline{أ ب}$

، $ق(\angle أ م ب) = ١٢٠°$

أثبت أن : $\Delta أ حـ ب$ متساوي الأضلاع

البرهان :

∵ $ق(\angle أ م ب) = ١٢٠°$

∴ $ق(\angle أ حـ ب)$ المحيطية $= \frac{١}{٢}$ $ق(\angle أ م ب)$ المركزية $= ٦٠°$ ← ١

∵ $\overleftrightarrow{حـ ء} \parallel \overline{أ ب}$ ∴ $ق(\overset{\frown}{حـ أ}) = ق(\overset{\frown}{حـ ب})$ ∴ $حـ أ = حـ ب$ ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن : $\Delta أ حـ ب$ متساوي الأضلاع

---

٦ في الشكل المقابل :

م دائرة ، $\Delta أ ب حـ$ مثلث ، $ق(\angle أ حـ ب) = ٤٥°$

أوجد بالبرهان : $ق(\angle أ م ب)$

البرهان :

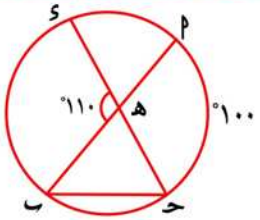
∵ $ق(\angle أ حـ ب)$ المحيطية $= \frac{١}{٢}$ $ق(\angle أ م ب)$ المركزية (يشتركان في $\overset{\frown}{أ ب}$)

∴ $ق(\angle أ م ب) = ٩٠°$

∵ $أ م = م ب$ **(أنصاف أقطار)** ∴ $ق(\angle م أ ب) = \frac{١٨٠° - ٩٠°}{٢} = ٤٥°$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٧ في الشكل المقابل :



ق(∠ ء هـ ب) = ١١٠° ، ق(أ حـ) = ١٠٠°

أوجد : ق(∠ ء حـ ب)

البرهان :

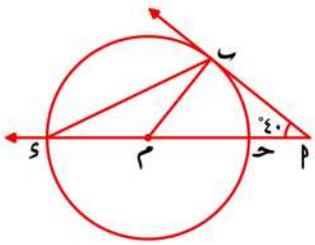
∵ ق(أ حـ) = ١٠٠° ∴ ق(∠ أ ب حـ) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(أ حـ) = ٥٠°

∵ (∠ ء هـ ب) خارجة عن Δ هـ حـ ب

∴ ق(∠ ء حـ ب) = ١١٠° − ٥٠° = **٦٠°**

---

٨ في الشكل المقابل :



أ نقطة خارج الدائرة م ، $\overleftarrow{أ ب}$ مماس للدائرة عند ب

، $\overleftarrow{أ م}$ قطع الدائرة م في حـ ، ء علي الترتيب

، ق(∠ أ) = ٤٠° **أوجد :** ق(∠ ب ء حـ)

البرهان :

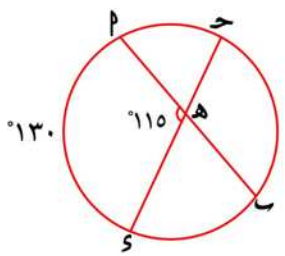
∵ $\overleftarrow{أ ب}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{م ب} \perp \overleftarrow{أ ب}$ ∴ ق(∠ أ ب م) = ٩٠°

∴ Δ أ م ب : ق(∠ ب م أ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

∴ ق(∠ ب ء حـ) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب م حـ) المركزية = **٢٥°**

---

٩ في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب} \cap \overline{حـ ء}$ = {هـ} ، ق(∠ أ هـ ء) = ١١٥°

، ق(أ ء) = ١٣٠° **أوجد بالبرهان :** ق(ب حـ)

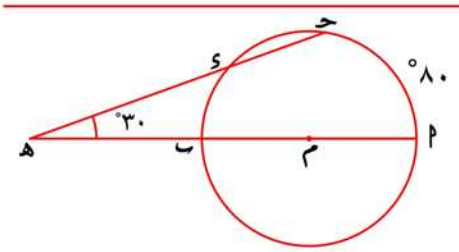
البرهان :

∵ ق(∠ أ هـ ء) = $\frac{ق(ب حـ) + ق(أ ء)}{2}$ ∴ ١١٥° = $\frac{ق(ب حـ) + ١٣٠°}{2}$

∴ ق(ب حـ) + ١٣٠° = ٢٣٠° ∴ ق(ب حـ) = ٢٣٠° − ١٣٠° = **١٠٠°**

---

١٠ في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م

أوجد : ق(حـ ء)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

البرهان :

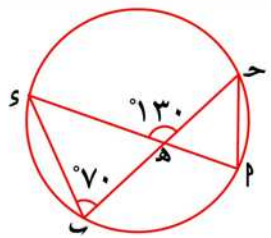
∵ $ق(\angle هـ) = \frac{ق(\overset{\frown}{أحـ}) - ق(\overset{\frown}{دب})}{٢}$ ∴ $٣٠° = \frac{٨٠° - ق(\overset{\frown}{دب})}{٢}$

∴ $٨٠° - ق(\overset{\frown}{دب}) = ٦٠°$ ∴ $ق(\overset{\frown}{دب}) = ٢٠°$

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ $ق(\overset{\frown}{حد}) = ١٨٠° - (٨٠° + ٢٠°) = ٨٠°$

---

(١١) في الشكل المقابل :



$ق(\angle دحـب) = ٧٠°$ ، $ق(\angle حهد) = ١٣٠°$

أوجد : $ق(\angle أحـب)$

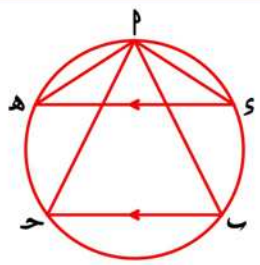
البرهان : ∵ $ق(\angle دحـب) = ٧٠°$

∴ $ق(\angle دحأ)$ المحيطية = $ق(\angle دحـب)$ المحيطية = ٧٠°

∵ $(\angle حهد)$ خارجة عن $\Delta أحـهـ$ ∴ $ق(\angle أحـب) = ١٣٠° - ٧٠° = ٦٠°$

---

(١٢) في الشكل المقابل :



$أحـب$ مثلث مرسوم داخل الدائرة ، $\overline{دهـ} \parallel \overline{بحـ}$

أثبت أن : $ق(\angle دأحـ) = ق(\angle بأهـ)$

البرهان :

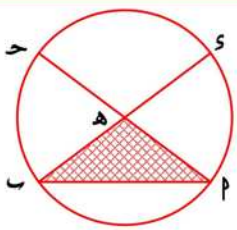
∵ $\overline{دهـ} \parallel \overline{بحـ}$ ∴ $ق(\overset{\frown}{دب}) = ق(\overset{\frown}{هـحـ})$

∴ $ق(\angle دأب)$ المحيطية = $ق(\angle هـأحـ)$ المحيطية

بإضافة $ق(\angle بأحـ)$ للطرفين ينتج أن : $ق(\angle دأحـ) = ق(\angle بأهـ)$

---

(١٣) في الشكل المقابل :



$\overline{أحـ}$ ، $\overline{بد}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة

، $\overline{أحـ} \cap \overline{بد} = \{هـ\}$ **أثبت أن :** $\Delta أبهـ$ متساوي الساقين

البرهان :

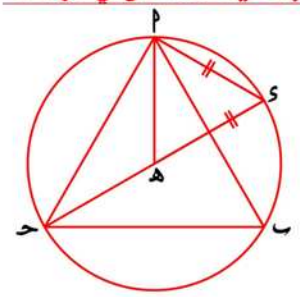
∵ $أحـ = بد$ ∴ $ق(\overset{\frown}{أد}) = ق(\overset{\frown}{بحـد})$ بحذف $ق(\overset{\frown}{دحـ})$

∴ $ق(\overset{\frown}{أد}) = ق(\overset{\frown}{بحـ})$ ∴ $ق(\angle أبد) = ق(\angle بأحـ)$

∴ $\Delta أبهـ$ متساوي الساقين

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

١٤ في الشكل المقابل :



Δ م ب حـ متساوي الأضلاع ، م ء = ء هـ

أثبت أن : Δ م ء هـ متساوي الأضلاع

البرهان :

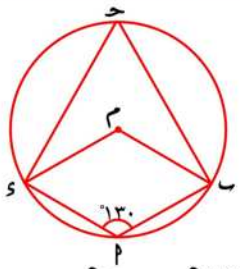
∵ Δ م ب حـ متساوي الأضلاع ∴ ق(∠ ب) = ٦٠°

∴ ق(∠ م ء حـ) المحيطية = ق(∠ م ب حـ) المحيطية = ٦٠°

∵ م ء = ء هـ ∴ Δ م ء هـ متساوي الأضلاع

ثانيًا : الشكل الرباعي الدائري :

١٥ في الشكل المقابل :



ق(∠ ب م ء) = ١٣٠° **أوجد :** ق(∠ ب حـ ء)

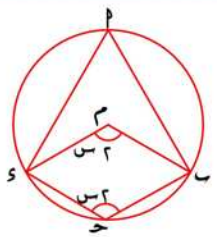
البرهان :

∵ الشكل م ب حـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ حـ) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

∴ ق(∠ ب م ء) المركزية = ٢ ق(∠ ب حـ ء) المحيطية = ١٠٠°

---

١٦ من الشكل المقابل :



أوجد : ق(∠ م) بالدرجات

البرهان :

∵ ق(∠ ب م ء) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب م ء) المركزية

∴ ق(∠ ب م ء) المحيطية = س°

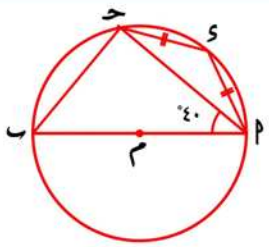
∵ الشكل م ب حـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ م) + ق(∠ حـ) = ١٨٠°

∴ ٣ س = ١٨٠° (÷ ٣) ∴ س = ٦٠°

∴ ق(∠ م) المركزية = ٦٠°

---

١٧ في الشكل المقابل :



$\overline{م ب}$ قطر في الدائرة م ، ق(∠ حـ م ب) = ٤٠°

، ء م = ء حـ **أوجد :** ق(∠ ء) ، ق(∠ ب حـ ء)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

البرهان :

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠أحب) = ٩٠°

∴ ∆أبحـ : ق(∠أبحـ) = ١٨٠° - (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

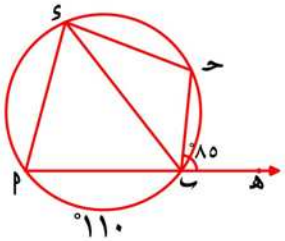
∵ الشكل أبحـ د رباعي دائري ∴ ق(∠د) = ١٨٠° - ٥٠° = ١٣٠°

∵ د أ = د حـ ∴ ق(∠أحد) = $\frac{١٨٠° - ١٣٠°}{٢}$ = ٢٥°

∴ ق(∠بحـد) = ٩٠° + ٢٥° = ١١٥°

---

١٨ في الشكل المقابل :



هـ ∈ $\overleftarrow{أب}$ ، هـ ∉ $\overline{أب}$ ، ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١١٠°

، ق(∠أحبهـ) = ٨٥° **أوجد :** ق(∠بدحـ)

البرهان :

∵ الشكل أبحـ د رباعي دائري

∴ ق(∠أحبهـ) الخارجة = ق(∠أدحـ) المقابلة للمجاورة لها = ٨٥°

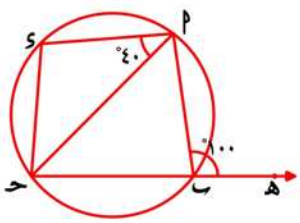
∵ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١١٠°

∴ ق(∠أدب) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ٥٥°

∴ ق(∠بدحـ) = ٨٥° - ٥٥° = ٣٠°

---

١٩ في الشكل المقابل :



ق(∠أبهـ) = ١٠٠° ، ق(∠حـأد) = ٤٠°

أثبت أن : ق($\overset{\frown}{حـد}$) = ق($\overset{\frown}{أد}$)

البرهان :

∵ الشكل أبحـ د رباعي دائري

∴ ق(∠أبهـ) الخارجة = ق(∠د) المقابلة للمجاورة لها = ١٠٠°

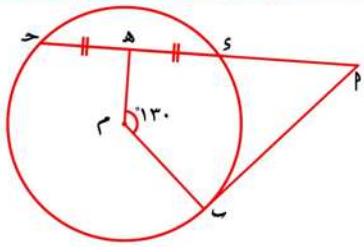
∴ ∆أدحـ : ق(∠أحد) = ١٨٠° - (١٠٠° + ٤٠°) = ٤٠°

∴ ق(∠حـأد) = ق(∠أحد) = ٤٠°

∴ ق($\overset{\frown}{حـد}$) = ق($\overset{\frown}{أد}$)

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٢٠ في الشكل المقابل :



م دائرة ، $\overline{حء}$ وتر فيها ، أ ب م هـ شكل رباعي دائري

، هـ منتصف $\overline{ءحـ}$ ، ق(∠ هـ م ب) = ١٣٠°

① **أوجد :** ق(∠ أ)

② **أثبت أن :** $\overline{ب أ}$ قطعة مماسة للدائرة عند ب

البرهان :

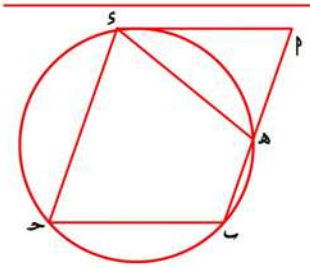
∵ أ ب م هـ شكل رباعي دائري ∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

∵ هـ منتصف $\overline{ءحـ}$ ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{ءحـ}$ ∴ ق(∠ م هـ ء) = ٩٠°

∴ ق(∠ ب) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° ∴ $\overline{ب أ}$ قطعة مماسة للدائرة عند ب

---

٢١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع

أثبت أن : أ ء = ء هـ

البرهان :

∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع ∴ ق(∠ أ) = ق(∠ حـ) ← ①

∵ هـ ب حـ ء شكل رباعي دائري

∴ ق(∠ أ هـ ء) الخارجة = ق(∠ حـ) المقابلة للمجاورة لها ← ②

من ① ، ② ينتج أن : ق(∠ أ) = ق(∠ أ هـ ء) ∴ أ ء = ء هـ

---

٢٢ اذكر حالات يكون فيهما الشكل الرباعي دائرياً.

الحل :

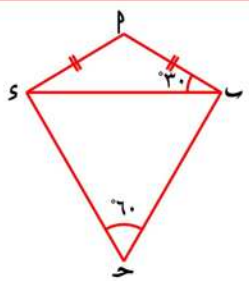
① إذا وجدت زاويتان متقابلتان ومتكاملتان.

② إذا وجدت قياس زاوية خارجة عند أحد رؤوسه = قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها.

③ إذا وجدت زاويتان متساويتان في القياس ومرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها.

---

٢٣ في الشكل المقابل :



أ ب = أ ء ، ق(∠ أ ب ء) = ٣٠°

، ق(∠ حـ) = ٦٠°

برهن أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

البرهان :

∵ م ب = م ء ∴ ق(∠ م ب ء) = ق(∠ م ء ب) = ٣٠°

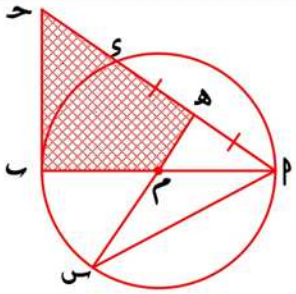
∴ Δ م ب ء : ق(∠ م) = ١٨٠° - (٣٠° + ٣٠°) = ١٢٠°

∴ ق(∠ م) + ق(∠ حـ) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ الشكل م ب حـ ء رباعي دائري

---

٢٤ في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftarrow{ب حـ}$ مماس للدائرة م

، هـ منتصف $\overline{أ ء}$

أثبت أن : ① الشكل هـ م ب حـ رباعي دائري

② ق(∠ ب أ س) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ حـ)

البرهان :

∵ $\overleftarrow{ب حـ}$ مماس للدائرة م عند ء ∴ $\overline{م ب} \perp \overleftarrow{ب حـ}$ ∴ ق(∠ ب) = ٩٠°

∵ هـ منتصف $\overline{أ ء}$ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ء}$ ∴ ق(∠ م هـ ء) = ٩٠°

∴ ق(∠ ب) + ق(∠ م هـ ء) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ الشكل هـ م ب حـ رباعي دائري

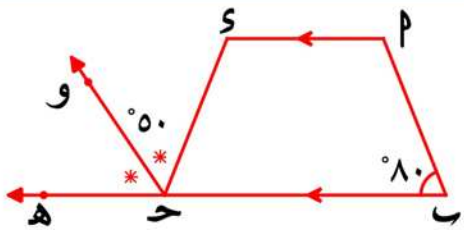
∴ ق(∠ ب م س) الخارجة = ق(∠ حـ) المقابلة للمجاورة لها ①

، ق(∠ ب أ س) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب م س) المركزية ② (يشتركان في $\overset{\frown}{ب س}$)

من ① ، ② ينتج أن : ق(∠ ب أ س) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ حـ)

---

٢٥ في الشكل المقابل :



$\overline{أ ء}$ // $\overleftarrow{ب هـ}$ ، $\overleftarrow{حـ و}$ ينصف (∠ ء حـ هـ)

، ق(∠ ب) = ٨٠° ، ق(∠ ء حـ و) = ٥٠°

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

البرهان :

∵ $\overline{أ ء}$ // $\overleftarrow{ب هـ}$ ∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° - ٨٠° = ١٠٠°

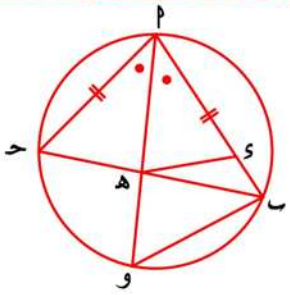
∵ $\overleftarrow{حـ و}$ ينصف (∠ ء حـ هـ) ∴ ق(∠ ء حـ هـ) = ٥٠° + ٥٠° = ١٠٠°

∴ ق(∠ ء حـ هـ) الخارجة = ق(∠ أ) المقابلة للمجاورة لها = ١٠٠°

∴ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

(٢٦) في الشكل المقابل :



أ ء = أ حـ ، $\overleftarrow{أ و}$ ينصف (∠ أ)

أثبت أن : الشكل ء ب و هـ رباعي دائري

البرهان :

∵ Δ Δ أ و هـ ، أ و حـ

فيهما : أ ء = أ حـ ، ق(∠ هـ أ ء) = ق(∠ هـ أ حـ) ، $\overline{أ هـ}$ ضلع مشترك

∴ Δ أ هـ ء ≡ Δ أ هـ حـ **وينتج أن :** ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ حـ) ❶

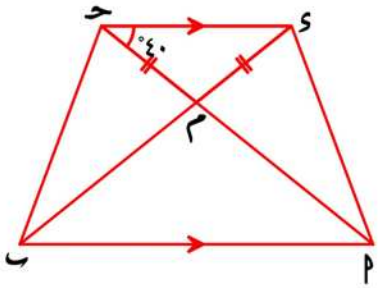
∵ ق(∠ أ و ب) المحيطية = ق(∠ أ حـ ب) المحيطية ❷

من ❶ ، ❷ ينتج أن : ق(∠ أ ء هـ) الخارجة = ق(∠ و) المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل ء ب و هـ رباعي دائري

---

(٢٧) في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$ ، ق(∠ ء حـ أ) = ٤٠°

، م ء = م حـ

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

البرهان :

∵ $\overline{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$ ∴ ق(∠ حـ أ ب) = ق(∠ ء حـ أ) = ٤٠° **بالتبادل**

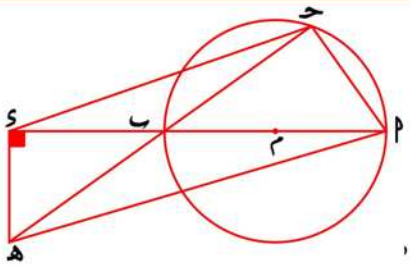
∵ م ء = م حـ ∴ ق(∠ م ء حـ) = ق(∠ م حـ ء) = ٤٠°

∴ ق(∠ حـ ء ب) = ق(∠ حـ أ ء) = ٤٠° وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة $\overline{حـ ء}$

∴ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

---

(٢٨) في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{ء هـ}$ ⊥ $\overline{أ ء}$

أثبت أن : الشكل أ حـ ء هـ رباعي دائري

البرهان :

∵ $\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ حـ ب) = ٩٠°

∵ $\overline{ء هـ}$ ⊥ $\overline{أ ء}$ ∴ ق(∠ أ ء هـ) = ٩٠°

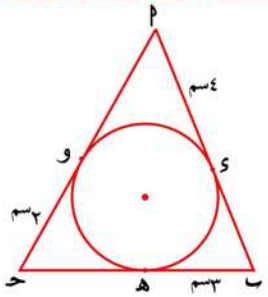
∴ ق(∠ أ حـ هـ) = ق(∠ أ ء هـ) = ٩٠° وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة $\overline{أ هـ}$

∴ الشكل أ حـ ء هـ رباعي دائري

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

ثالثا : العلاقة بين مماسات الدائرة :

٢٩ في الشكل المقابل :



دائرة تمس أضلاع المثلث أ بـ حـ في ى ، هـ ، و

، أ ى = ٤ سم ، بـ هـ = ٣ سم ، حـ و = ٢ سم

أوجد : محيط Δ أ بـ حـ

البرهان : ∵ $\overline{أ ى}$ ، $\overline{أ و}$ مماسان ∴ أ ى = أ و = ٤ سم

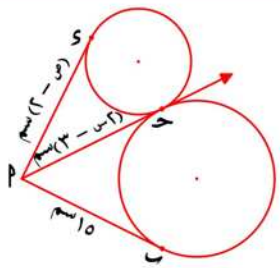
∵ $\overline{بـ ى}$ ، $\overline{بـ هـ}$ مماسان ∴ بـ ى = بـ هـ = ٣ سم

∵ $\overline{حـ هـ}$ ، $\overline{حـ و}$ مماسان ∴ حـ هـ = حـ و = ٢ سم

∴ محيط Δ أ بـ حـ = ٤ + ٤ + ٣ + ٣ + ٢ + ٢ = ١٨ سم

---

٣٠ في الشكل المقابل :



دائرتان متماستان من الخارج في حـ ، $\overline{أ ى}$ تمس الدائرة الصغرى في ى ، $\overline{أ بـ}$ تمس الدائرة الكبرى في بـ

فإذا كان : أ ى = (ص - ٢)سم ، أ ى = (٢س - ٣)سم

، أ ى = ١٥ سم **أوجد قيمة كلاً من :** س ، ص

البرهان :

∵ $\overline{أ بـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ مماسان للدائرة الكبرى ∴ أ بـ = أ حـ

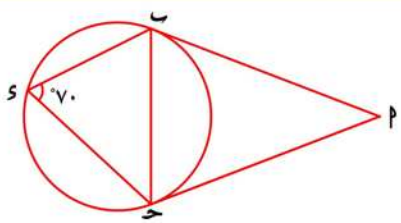
∵ $\overline{أ ى}$ ، $\overline{أ حـ}$ مماسان للدائرة الصغرى ∴ أ ى = أ حـ

∴ ٢س - ٣ = ١٥ ∴ س = ٩

∴ ص - ٢ = ١٥ ∴ ص = ١٧

---

٣١ في الشكل المقابل :



$\overline{أ بـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند بـ ، حـ

، ق(∠ ى) = ٧٠° **أوجد :** ق(∠ أ)

البرهان : ∵ ق(∠ ى) = ٧٠°

∴ ق(∠ أ بـ حـ) المماسية = ق(∠ ى) المحيطية = ٧٠°

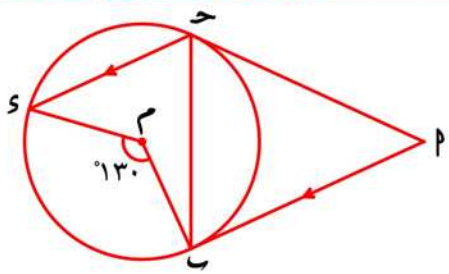
∵ $\overline{أ بـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند بـ ، حـ ∴ أ بـ = أ حـ

∴ ق(∠ أ بـ حـ) = ق(∠ أ حـ بـ) = ٧٠°

∴ Δ أ بـ حـ : ق(∠ أ) = ١٨٠° - (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٣٢ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

، $\overline{أب} // \overline{حء}$ ، ق(∠ب م ء) = ١٣٠°

① **أثبت أن :** $\overleftarrow{حب}$ ينصف (∠أ حـ ء)

② **أوجد :** ق(∠أ)

البرهان : ∵ ق(∠ب م ء) = ١٣٠°

∴ ق(∠ب حـ ء) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م ء) المركزية = ٦٥°

∵ $\overline{أب} // \overline{حء}$ ∴ ق(∠أ ب حـ) = ٦٥° **بالتبادل**

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ ∴ أ ب = أ حـ

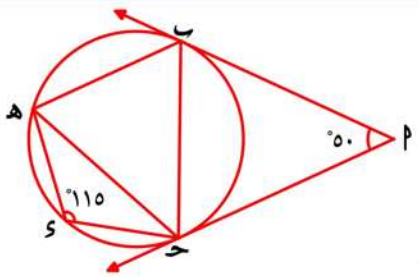
∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠أ حـ ب) = ٦٥°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° - (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠°

∴ ق(∠أ حـ ب) = ق(∠ب حـ ء) = ٦٥° ∴ $\overleftarrow{حب}$ ينصف (∠أ حـ ء)

---

٣٣ في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق(∠أ) = ٥٠° ، ق(∠حـ ء هـ) = ١١٥°

أثبت أن : ① $\overleftarrow{بحـ}$ ينصف (∠أ ب هـ)

② حـ ب = حـ هـ ③ $\overline{أحـ} // \overline{بهـ}$

البرهان :

∵ $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ ∴ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠أ حـ ب) = $\frac{١٨٠° - ٥٠°}{٢}$ = ٦٥°

∴ ق(∠ب هـ حـ) المحيطية = ق(∠أ ب حـ) المماسية = ٦٥° (مشتركتان في $\overset{\frown}{بحـ}$)

∵ الشكل ب حـ ء هـ رباعي دائري

∴ ق(∠ب حـ هـ) = ١٨٠° - ١١٥° = ٦٥°

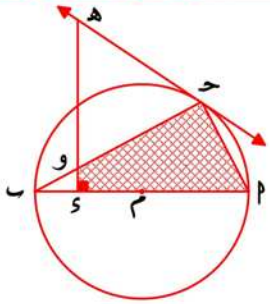
∵ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠ب حـ هـ) = ٦٥° ∴ $\overleftarrow{بحـ}$ ينصف (∠أ ب هـ)

∵ Δ ب حـ هـ فيه : ق(∠ب حـ هـ) = ق(∠حـ هـ ب) = ٦٥° ∴ حـ ب = حـ هـ

∵ ق(∠أ حـ ب) = ق(∠ب حـ هـ) = ٦٥° وهما في وضع التبادل ∴ $\overline{أحـ} // \overline{بهـ}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٣٤ في الشكل المقابل :



$\overline{ا ب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{حـ هـ}$ مماس للدائرة عند حـ

، رسم $\overline{هـ ء} \perp \overline{ا ب}$ بحيث $\overline{هـ ء} \cap \overline{ا ب} = \{هـ\}$

أثبت أن : ① الشكل ا ء و حـ رباعي دائري.

② المثلث هـ حـ و متساوي الساقين.

البرهان :

∵ $\overline{ا ب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ ا حـ ب) = ٩٠°

∵ $\overline{هـ ء} \perp \overline{ا ب}$ ∴ ق(∠ ا ء و) = ٩٠°

∴ ق(∠ ا حـ ب) + ق(∠ ا ء و) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ الشكل ا ء و حـ رباعي دائري

∴ ق(∠ هـ و حـ) الخارجة = ق(∠ ا) المقابلة للمجاورة لها ①

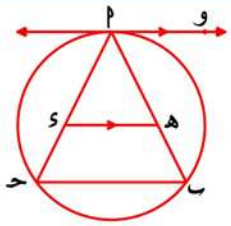
، ق(∠ ا) المحيطية = ق(∠ هـ حـ ب) المماسية (يشتركان في $\overset{\frown}{حـ ب}$) ②

من ① ، ② ينتج أن : ق(∠ هـ حـ و) = ق(∠ هـ و حـ)

∴ هـ و = هـ حـ ∴ المثلث هـ حـ و متساوي الساقين

---

٣٥ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{ا و}$ مماس للدائرة عند ا ، $\overleftrightarrow{ا و} \parallel \overline{ء هـ}$

برهن أن : الشكل ء هـ ب حـ رباعي دائري

البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{ا و} \parallel \overline{ء هـ}$ ∴ ق(∠ و ا هـ) = ق(∠ ا هـ ء) بالتبادل ①

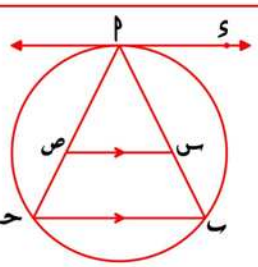
∵ $\overleftrightarrow{ا و}$ مماس للدائرة عند ا ∴ ق(∠ و ا ب) المماسية = ق(∠ ا حـ ب) المحيطية ②

من ① ، ② ينتج أن : ق(∠ ا هـ ء) الخارجة = ق(∠ ا حـ ب) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل ء هـ ب حـ رباعي دائري

---

٣٦ في الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{ا ء}$ مماس للدائرة عند ا

، س $\in \overline{ا ب}$ ، ص $\in \overline{ا حـ}$ حيث $\overline{س ص} \parallel \overline{ب حـ}$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{ا ء}$ مماس للدائرة التي تمر بالنقط ا ، س ، ص

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة عند أ

∴ ق(∠ ء أ ب) المماسية = ق(∠ أ حـ ب) المحيطية ❶

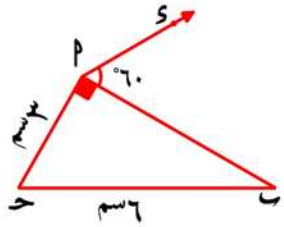
∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ ∴ ق(∠ أ ص س) = ق(∠ أ حـ ب) بالتناظر ❷

من ❶ ، ❷ ينتج أن : ق(∠ ء أ س) = ق(∠ أ ص س)

∴ $\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة المارة التي تمر بالنقط أ ، س ، ص

---

٣٧ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية عند أ ، أ حـ = ٣سم

، ب حـ = ٦سم ، ق(∠ ء أ ب) = ٦٠°

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب حـ

البرهان :

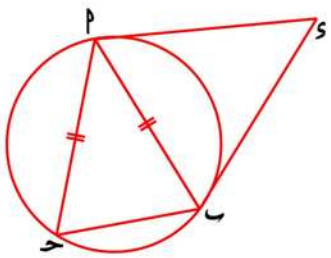
∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، أ حـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

∴ ق(∠ ب) = ٣٠° ∴ ق(∠ حـ) = ١٨٠° - (٩٠° + ٣٠°) = ٦٠°

∴ ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ حـ) = ٦٠° ∴ $\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ

---

٣٨ في الشكل المقابل :



$\overline{ء أ}$ ، $\overline{ء ب}$ قطعتان مماستان للدائرة عند أ ، ب

، أ ب = أ حـ

أثبت أن : $\overline{أ حـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب ء

البرهان :

∵ $\overline{ء أ}$ ، $\overline{ء ب}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

∴ ء أ = ء ب ∴ ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ ء ب أ) ❶

∴ أ ب = أ حـ ∴ ق(∠ أ ب حـ) = ق(∠ أ حـ ب) ❷

∵ ق(∠ أ حـ ب) المماسية = ق(∠ ء أ ب) المحيطية (يشتركان في $\overset{\frown}{أ ب}$) ❸

من ❶ ، ❷ ، ❸ ينتج أن : ق(∠ أ) = ق(∠ ب أ حـ)

∴ $\overline{أ حـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي

امسح الباركود بالموبيل لتثبيت التطبيق وتحميل كل الملازم مجانا وبسرعه

MR

حمل التطبيق الأن

GET IT ON Google Play

ملازم ابتدائي | ملازم اعدادي | ملازم ثانـــوي | كورسات ونتائج امتحانات

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.MoRizk